

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ (О)
Кафедра Высшей математики

Одобрено на заседании Ученого со-
вета ИАТЭ НИЯУ МИФИ, протокол
№25.8 от 25.08.2025

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
для студентов
по освоению дисциплины

ВЕКТОРНЫЙ И ТЕНЗОРНЫЙ АНАЛИЗ

название дисциплины

для студентов направления подготовки

22.03.01 «Материаловедение и технологии материалов»

код и название направления подготовки

Форма обучения: очная

ВВЕДЕНИЕ

Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины «Векторный и тензорный анализ» (рекомендуемый режим и характер учебной работы, в том числе в части выполнения самостоятельной работы) – комплекс рекомендаций и разъяснений, позволяющий обучающимся оптимальным образом организовать процесс изучения как теоретического учебного материала дисциплины, так и подготовки к практическим занятиям и/или лабораторным работам, в том числе проводимым с использованием активных и интерактивных технологий обучения.

Целями изучения дисциплины «Векторный и тензорный анализ» являются формирование у бакалавра следующих результатов обучения:

- теоретическая подготовка и получение практических навыков по высшей математике для успешного усвоения фундаментальных, общетехнических и специальных дисциплин учебного плана, а также для возможности изучения специальной литературы, в случае необходимости самостоятельного углубления математических знаний после окончания ВУЗа.
- развитие логического мышления студентов, привить потребность теоретического обоснования различных явлений.

Задачи дисциплины «Векторный и тензорный анализ»:

- создание у студентов достаточно широкой подготовки в области математики и воспитание достаточно высокой математической культуры;
- сформировать у студентов навыки использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности;
- привитие навыков самостоятельной работы с литературой по математике и ее приложениям.

Дисциплина «Векторный и тензорный анализ» реализуется в рамках обязательной части и относится к общепрофессиональному модулю.

Дисциплина изучается на 2 курсе в 3 семестре.

Основными видами учебной работы по данной дисциплине являются лекции, практические занятия, самостоятельная работа обучающихся. Для успешного освоения дисциплины студенты необходимо изучить лекционный материал и рекомендуемую литературу, отработать изученный материал на практических занятиях, выполнить задания для самостоятельной работы.

1 Лекции

Лекция – это важный источник информации по каждой учебной дисциплине. Она ориентирует студента в основных проблемах изучаемого курса, направляет самостоятельную работу над ним.

Содержание лекционного курса по дисциплине «Векторный и тензорный анализ» представлено в таблице

Неделя	Наименование раздела / темы дисциплины	Содержание
1-4	1. Интегралы, зависящие от параметра	
1-2	1.1. Собственные интегралы и несобственные интегралы, зависящие от параметра	Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость. Зависимость пределов интегрирования от параметра. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Понятие равномерной сходимости. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра. <i>Литература: 1, 6, 8</i>
3-4	1.2. Интегралы Эйлера. Интеграл Фурье.	Гамма-функция и Бета-функция. Основные свойства Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье. <i>Литература: 1, 6, 8</i>
5-8	2. Кратные интегралы	
5-7	2.1. Определение и свойства двойного и тройного интеграла. Сведение к повторному интегралу. Замена переменных в кратных интегралах.	Мера плоских фигур. Свойства измеримых фигур и примеры измеримых фигур. Объёмы цилиндрических тел. Понятие двойного и тройного интеграла. Необходимое и достаточное условие интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций. Свойства двойного и тройного интеграла. Сведение кратного интеграла к повторному интегралу. <i>Литература: 1, 6, 8</i>
8	2.2. Приложения двойного и тройного интеграла. Понятие о многомерных интегралах	Замена переменных в двойном и тройном интеграле. Якобиан. Полярная система координат. Сферическая и цилиндрическая системы координат. Физические и геометрические приложения двойного и тройного интеграла. Понятие о многомерных интегралах. <i>Литература: 1, 6, 8</i>
9-14	3. Криволинейные и поверхностные интегралы.	
9-10	3.1. Криволинейные интегралы 1 и 2 рода. Формула Грина. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.	Криволинейные интегралы 1-ого рода. Вычисление, свойства, применение. Криволинейные интегралы 2-ого рода. Формула Грина. Вычисление площади. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. <i>Литература: 1, 6, 8</i>
11-14	3.2. Поверхностные интегралы. Площадь поверхности. Поверхностные	Площадь поверхности. Поверхностные интегралы 1-ого рода. Поверхностные интегралы

	интегралы 1-ого рода и 2-ого рода. Формула Остроградского. Формула Стокса	2-ого рода. Вычисление и свойства. Формула Остроградского. Формула Стокса. <i>Литература: 1,6,8</i>
15-16	4. Элементы векторного анализа	
15	4.1. Скалярные и векторные поля. Градиент скалярного поля. Поток векторного поля. Дивергенция. Циркуляция. Ротор.	Скалярные и векторные поля. Градиент скалярного поля. Поток векторного поля. Дивергенция. Циркуляция. Ротор. <i>Литература: 1,6,8</i>
16	4.2. Дифференциальные операции второго порядка. Элементы тензорного анализа.	Дифференциальные операции второго порядка. Основные дифференциальные операции теории поля в ортогональных криволинейных координатах. Запись основных формул в цилиндрических и сферических координатах. <i>Литература: 1,6,8</i>

Для лекций по каждому предмету должна быть отдельная тетрадь для лекций. Прежде всего, запишите имя, отчество и фамилию лектора, оставьте место для списка рекомендованной литературы, пособий, справочников.

Будьте внимательны, когда лектор объявляет тему лекции, объясняет Вам место, которое занимает новый предмет в Вашей подготовке и чему новому Вы сможете научиться. Опытный студент знает, что, как правило, на первой лекции преподаватель обосновывает свои требования, раскрывает особенности чтения курса и способы сдачи зачета или экзамена.

Отступите поля, которые понадобятся для различных пометок, замечаний и вопросов.

Запись содержания лекций очень индивидуальна, именно поэтому трудно пользоваться чужими конспектами.

Не стесняйтесь задавать вопросы преподавателю. Чем больше у Вас будет информации, тем свободнее и увереннее Вы будете себя чувствовать.

Базовые рекомендации:

- не старайтесь дословно конспектировать лекции, выделяйте основные положения, старайтесь понять логику лектора;
- точно записывайте определения, законы, понятия, формулы, теоремы и т.д.;
- передавайте излагаемый материал лектором своими словами;
- наиболее важные положения лекции выделяйте подчеркиванием;
- создайте свою систему сокращения слов;
- привыкайте просматривать, перечитывать перед новой лекцией предыдущую информацию;
- дополняйте материал лекции информацией;
- задавайте вопросы лектору;
- обязательно вовремя пополняйте возникшие пробелы.

Правила тактичного поведения и эффективного слушания на лекциях:

- слушать (и слышать) другого человека – это настоящее искусство, которое очень пригодится в будущей профессиональной деятельности;
- если преподаватель «скучный», но Вы чувствуете, что он действи-

тельно владеет материалом, то скука – это уже Ваша личная проблема (стоит вообще спросить себя, а настоящий ли Вы студент, если Вам не интересна лекция специалиста?).

Если Вы в чем-то не согласны (или не понимаете) с преподавателем, то совсем не обязательно тут же перебивать его и, тем более, высказывать свои представления, даже если они и кажутся Вам верными. Перебивание преподавателя на полуслове – это верный признак невоспитанности. А вопросы следует задавать либо после занятий (для этого их надо кратко записать, чтобы не забыть), либо выбрав момент, когда преподаватель сделал хотя бы небольшую паузу, и обязательно извинившись.

2 Практические занятия (семинары)

Практические занятия являются важной частью учебного процесса в вузе. Они проводятся с целью закрепления лекционного материала, овладения понятийным аппаратом предмета, методами и приёмами исследования, изучаемыми в рамках учебной дисциплины. Главной целью такого рода занятий является научиться применению теоретических знаний на практике.

Содержание практических занятий по дисциплине «Векторный и тензорный анализ» представлено в таблице.

Неделя	Наименование раздела / темы дисциплины	Содержание
1-4	1. Интегралы, зависящие от параметра	
1-2	1.1. Собственные интегралы и несобственные интегралы, зависящие от параметра	Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Сходимость. Равномерная сходимость. Предельный переход, дифференцирование под знаком интеграла №3730-3762[3], №3711-3840 [7]
3-4	1.2. Интегралы Эйлера. Интеграл Фурье.	Интегралы Эйлера. Гамма и Бета функции. №3841-3880 [7]. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье. №3881-3900 [7]
5-8	2. Кратные интегралы	
5-7	2.1. Определение и свойства двойного и тройного интеграла. Сведение к повторному интегралу. Замена переменных в кратных интегралах.	Практика кратного интегрирования. Замена переменных в кратном интеграле. №3901-4160 [7], №3477-3558[3]
8	2.2. Приложения двойного и тройного интеграла. Понятие о многомерных интегралах	Приложения кратных интегралов к вычислению объемов, координат центра масс, моментов и т.п. №3984-3974 [7], №3559-3672[3].
9-14	3. Криволинейные и поверхностные интегралы.	
9-10	3.1. Криволинейные интегралы 1 и 2 рода. Формула Грина. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.	Криволинейные интегралы первого и второго рода. Прикладные задачи. №3770-3874[3], №4221-4313 [7]
11-14	3.2. Поверхностные интегралы. Площадь поверхности. Поверхностные	Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода. Формулы Грина, Гаусса-Остроградского,

	интегралы 1-ого рода и 2-ого рода. Формула Остроградского. Формула Стокса	Стокса. Прикладные задачи. №3876-3900[3], №4341-4376 [7]
15-16	4. Элементы векторного анализа	
15	4.1. Скалярные и векторные поля. Градиент скалярного поля. Поток векторного поля. Дивергенция. Циркуляция. Ротор.	Скалярные и векторные поля. Градиент скалярного поля. Поток векторного поля. Дивергенция. Циркуляция. Ротор. №4404-4465 [3], №4401-4457 [7].
16	4.2. Дифференциальные операции второго порядка	Дифференциальные операции второго порядка. №4414-4440 [7].

На практическом занятии обсуждаются теоретические положения изучаемого материала, уточняются позиции авторов научных концепций, ведется работа по осознанию студентами категориального аппарата изучаемой дисциплины, определяется и формулируется отношение учащихся к теоретическим проблемам науки, оформляется собственная позиция будущего специалиста. Форма работы – диалог: и студенты, и преподаватель вправе: задавать друг другу вопросы, которые возникли и могут возникнуть у них в процессе изучения и обсуждения материала, делиться своими сомнениями, наблюдениями, приводить доводы «за» и «против» той или иной позиции, обосновывать возможность применения на практике тех или иных теоретических положений.

Для подготовки к практическому занятию студентам рекомендуется:

- изучить вопросы, которые будут обсуждаться на занятии;
- изучить список основной и дополнительной литературы, где студенты могут найти ответы на вопросы, обратить внимание на категории, которыми оперирует автор, выписать основные понятия и систематизировать их;
- разработать блок-схему, в которой найдут отражение все изучаемые вопросы темы;
- составить развернутый план изучаемого материала, который может быть использован для ответа на занятии.

В начале занятия студенты под руководством преподавателя более глубоко осмысливают теоретические положения по теме занятия, раскрывают и объясняют основные положения публичного выступления. В процессе творческого обсуждения и дискуссии вырабатываются умения и навыки использовать приобретенные знания для различного рода ораторской деятельности.

Ввиду трудоемкости подготовки к практическому занятию преподаватель может предложить студентам алгоритм действий, рекомендовать еще раз внимательно прочитать записи лекций и уже готовый конспект по теме семинара, тщательно продумать свое устное выступление.

На практическом занятии каждый его участник должен быть готовым к выступлению по всем поставленным в плане вопросам, проявлять максимальную активность при их рассмотрении. Выступление должно строиться свободно, убедительно и аргументировано. Преподаватель следит, чтобы выступление не сводилось к репродуктивному уровню (простому воспроизведе-

дению текста), не допускается и простое чтение конспекта. Необходимо, чтобы выступающий проявлял собственное отношение к тому, о чем он говорит, высказывал свое личное мнение, понимание, обосновывал его и мог сделать правильные выводы из сказанного. При этом студент может обращаться к записям конспекта и лекций, непосредственно к первоисточникам, использовать знание художественной литературы и искусства, факты и наблюдения современной жизни и т. д. Вокруг такого выступления могут разгореться споры, дискуссии, к участию в которых должен стремиться каждый.

В заключение преподаватель подводит итоги практического занятия. Он может (выборочно) проверить конспекты студентов и, если потребуется, внести в них исправления и дополнения.

При изучении дисциплины используется значительное количество интерактивных методов обучения. Студенты привлекаются к активной творческой работе с преподавателем по поиску и подбору различных учебных материалов с использованием Интернет-ресурсов, а также формирования навыков организации профессионального взаимодействия с различными специалистами.

Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Лекции.

Практические занятия.

Контрольные работы.

Индивидуальные задания.

Самостоятельная работа студентов.

3 Самостоятельная работа обучающихся

Подготовка современного специалиста предполагает, что в стенах института он овладеет методологией самообразования, самовоспитания, самосовершенствования. Это определяет важность активизации его самостоятельной работы. С целью организации данного вида учебных занятий необходимо в первую очередь использовать материал лекций и семинаров. Лекционный материал создает проблемный фон с обозначением ориентиров, наполнение которых содержанием производится студентами на семинарских занятиях после работы с учебными пособиями, монографиями и периодическими изданиями.

В ходе изучения дисциплины студентам рекомендуется вечером того дня, когда было проведено занятие, прочитать лекцию или просмотреть решение задач на семинаре. За десять минут до начала лекции или семинара также прочитать предыдущую лекцию и просмотреть материалы семинара. Данные рекомендации обусловлены исследованием Эббингауза.

В соответствии с кривой забывания Эббингауза разработаны следующие режимы повторения для наилучшего запоминания:

Если есть два дня:

- первое повторение – сразу по окончании чтения;

- второе повторение – через 20 минут после первого повторения;
- третье повторение – через 8 часов после второго;
- четвертое повторение – через 24 часа после третьего.

Если нужно помнить очень долго:

- первое повторение – сразу по окончании чтения;
- второе повторение – через 20-30 минут после первого повторения;
- третье повторение – через 1 день после второго;
- четвертое повторение – через 2-3 недели после третьего;
- пятое повторение – через 2-3 месяца после четвертого повторения

Самостоятельно изучается рекомендуемая литература, проводится работа с библиотечными фондами и электронными источниками информации, специальной литературой, статьями из профильных журналов. Реферируя и конспектируя наиболее важные вопросы, имеющие научно-практическую значимость, новизну, актуальность, делая выводы, заключения, высказывая практические замечания, выдвигая различные положения, студенты глубже понимают вопросы курса.

Подготовка к практическим занятиям, а также выполнение заданий для самостоятельной работы требует от студента навыков работы с литературными источниками:

- умение выделять главное в тексте;
- умение составлять опорную схему изученного материала, тезисный и развернутый план-конспект;
- свободное владение проработанным материалом;
- способность рассказать своими словами суть проблемы;
- умение объяснить и дать определение встречающимся в тексте новым научным терминам;
- умение находить в жизни ситуации, которые могут служить иллюстрацией теоретического материала, обсуждаемого на занятиях.

Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы, и в дальнейшем использовать собственные подготовленные учебные материалы при написании курсовых работ и выпускной квалификационной работы.

Важной является готовность студента к восприятию в курсе сочетания философского, теоретического материала с конкретным практическим, направленным на освоение умений и навыков практической организации профессиональной деятельности в образовательном учреждении.

Подготовка к практическому занятию включает 2 этапа:

- I - организационный;
- II - закрепление и углубление теоретических знаний.

На первом этапе студент планирует свою самостоятельную работу, которая включает:

- уяснение задания на самостоятельную работу;

- подбор рекомендованной литературы;
- составление плана работы, в котором определяются основные пункты предстоящей подготовки. Составление плана дисциплинирует и повышает организованность в работе.

Второй этап включает непосредственную подготовку студента к занятию. Начинать надо с изучения рекомендованной литературы. Необходимо помнить, что на лекции обычно рассматривается не весь материал, а только его часть. Остальная его часть восполняется в процессе самостоятельной работы. В связи с этим работа с рекомендованной литературой обязательна. Особое внимание при этом необходимо обратить на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения рассматриваемых теоретических вопросов. В процессе этой работы студент должен стремиться понять и запомнить основные положения рассматриваемого материала, примеры, поясняющие его, а также разобраться в иллюстративном материале. Заканчивать подготовку следует составлением плана (конспекта) по изучаемому материалу (вопросу). Это позволяет составить концентрированное, сжатое представление по изучаемым вопросам.

Записи имеют первостепенное значение для самостоятельной работы студентов. Они помогают понять построение изучаемого материала, выделить основные положения, проследить их логику и тем самым проникнуть в творческую лабораторию автора.

Ведение записей способствует превращению чтения в активный процесс, мобилизует, наряду со зрительной, и моторную память. Следует помнить: у студента, систематически ведущего записи, создается свой индивидуальный фонд подсобных материалов для быстрого повторения прочитанного, для мобилизации накопленных знаний. Особенно важны и полезны записи тогда, когда в них находят отражение мысли, возникшие при самостоятельной работе.

Важно развивать умение сопоставлять источники, продумывать изучаемый материал. Большое значение имеет совершенствование навыков конспектирования. Преподаватель может рекомендовать студентам следующие основные формы записи: план (простой и развернутый), выписки, тезисы. Результаты конспектирования могут быть представлены в различных формах.

План – это схема прочитанного материала, краткий (или подробный) перечень вопросов, отражающих структуру и последовательность материала. Подробно составленный план вполне заменяет конспект.

Конспект – это систематизированное, логичное изложение материала источника. Различаются четыре типа конспектов:

- план-конспект – это развернутый детализированный план, в котором достаточно подробные записи приводятся по тем пунктам плана, которые нуждаются в пояснении;
- текстуальный конспект – это воспроизведение наиболее важных положений и фактов источника;
- свободный конспект – это четко и кратко сформулированные (изложенные) основные положения в результате глубокого осмысливания матери-

ала. В нем могут присутствовать выписки, цитаты, тезисы; часть материала может быть представлена планом;

- тематический конспект – составляется на основе изучения ряда источников и дает более или менее исчерпывающий ответ по какой-то схеме (вопросу).

В процессе подготовки к занятиям рекомендуется взаимное обсуждение материала, во время которого закрепляются знания, а также приобретается практика в изложении и разъяснении полученных знаний, развивается речь.

При необходимости следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

Формы организации самостоятельной работы обучающихся (темы, выносимые для самостоятельного изучения; вопросы для самоконтроля; типовые задания для самопроверки) представлены в таблице.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$$y^2 - 2y + x^2 = 0, y^2 - 4y + x^2 = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{3}x$$

2. Вычислить тройной интеграл

$$\iiint_V (x+y) dx dy dz, V: z=10x, x+y=1, x=0, y=0, z=0.$$

3. Найти объем тела, заданного неравенствами

$$1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, \quad z \leq -\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}}, \quad y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad y \geq -\frac{x}{\sqrt{3}}.$$

4. Найти поток векторного поля $\vec{a}$ через часть поверхности S , вырезаемую плоскостями P_1, P_2 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

$$\vec{a} = (x^3 + xy^2)\vec{i} + (y^3 + x^2y)\vec{j} + z^2\vec{k},$$

$$S: x^2 + y^2 = 16, P_1: z = -1, P_2: z = 2.$$

5. Найти поток векторного поля $\vec{a}$ через часть плоскости P , расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz)

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad P: x + y + z = 1.$$

6. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{a} = yz\vec{i} + 2xz\vec{j} + xy\vec{k}$ вдоль контура Γ

$$\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ x^2 + y^2 = 9 (z > 0). \end{cases}$$

7. Найти работу силы $\vec{F} = (x+2y)\vec{i} + (y+2x)\vec{j}$ при перемещении вдоль прямолинейного отрезка MN , $M(-4,0), N(0,2)$.

8. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями

$$x^2 - 2x + y^2 = 0, x^2 - 10x + y^2 = 0, y = 0, y = \sqrt{3}x$$

9. Вычислить тройной интеграл

$$\iiint_V x^2 y^2 dz, V: y = x, y = 0, x = 1, z = x^2 + y^2, z = 0.$$

10. Найти объем тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 = 2\sqrt{2}y, z = x^2 + y^2 - 4, z = 0 (z \geq 0).$$

11. Найти поток векторного поля $\mathbf{a}$ через часть поверхности S , вырезаемую плоскостями P_1, P_2 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

$$\mathbf{a} = (x - y)\mathbf{i} + (x + y)\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}, S: x^2 + y^2 = 4, P_1: z = -2, P_2: z = 2.$$

12. Найти поток векторного поля $\mathbf{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя).

$$\mathbf{a} = (5x - 6)\mathbf{i} + (11x^2 + 2y)\mathbf{j} + (x^2 - 4z)\mathbf{k}, S: \begin{cases} x + y + 2z = 2, \\ x = 0, y = 0, z = 0. \end{cases}$$

13. Найти работу силы $\mathbf{F} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ при перемещении вдоль прямолинейного отрезка MN . $M(4, 0), N(0, -2)$.

14. Найти циркуляцию векторного поля $\mathbf{a} = y\mathbf{i} - x\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ вдоль контура

$$L: \begin{cases} x = \cos t, y = \sin t, \\ z = 3. \end{cases}$$

4 Оценочные средства по дисциплине

Оценочные средства по дисциплине обеспечивают проверку освоения планируемых результатов обучения посредством мероприятий текущей и промежуточной аттестации.

4.1 Экзамен

а) типовые вопросы:

1. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости. Примеры.
2. Вычислить интеграл $\int_D x y dx dy$ по области D , ограниченной кривыми $y = x, y = 0, x + y = 2$.

3. Найти поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя)

$$\vec{a} = (x^2 + xy)\mathbf{i} + (y^2 + yz)\mathbf{j} + (z^2 + xz)\mathbf{k}, S: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1, \\ x^2 + y^2 = z^2 (z \geq 0). \end{cases}$$

4. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (xy - x)dx + \frac{x^2}{2} dy$, где L — ломаная $OABO$, $O(0; 0); A(1; 2); B(0, 5; 3)$ обходится в положительном направлении.

1. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости. Примеры.

2. Вычислить тройной интеграл $\iiint_D (1 + 2x^2) dx dy dz$ по области D ,

ограниченной поверхностями $y = 9x, y = 0, x = 1, z = \sqrt{xy}$ и $z = 0$.

3. Найти поток векторного поля $\vec{a}$ через часть плоскости P , расположенную в 1 октанте

(нормаль образует острый угол с осью Oz). $\vec{a} = 3x\mathbf{i} + 27(y + 1)\mathbf{j} + z\mathbf{k}, P: 3x + \frac{y}{3} +$

$$z = 1$$

4. Вычислить интеграл: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt[4]{tg 2x} dx$

1. Эйлеровы интегралы: гамма-функция и ее свойства. Примеры.

2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 + 2x = 0, z = \frac{25}{4} - y^2, z = 0.$$

3. Найти поток векторного поля $\vec{a}$ через часть поверхности S , вырезаемую плоскостями P_1 и P_2 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

$$a = xi + yj + xyzk, S : x^2 + y^2 = 9, P_1 : z = -5, P_2 : z = 5.$$

4. Является ли поле $\vec{F} = (yz - xy)\vec{i} + (xz - \frac{x^2}{2} + yz^2)\vec{j} + (xy + y^2z)\vec{k}$ потенциальным? $yz - xy\vec{i} + xz - \frac{x^2}{2} + yz^2\vec{j} + (xy + y^2z)\vec{k}$ потенциальным?

Найти его потенциал и вычислить криволинейный интеграл второго рода по линии, соединяющей точки $A(1;1;1)$ и $B(2;-2;3)$.

б) критерии и шкала оценивания компетенций (результатов):

Экзаменационный билет содержит один (два) теоретических вопроса и три (две) задачи.

По результатам выполнения зачетной работы оценивается уровень освоения обучающимся материала, предусмотренного учебной программой, уровень владения профессиональными терминами, умение обучающегося использовать теоретические знания при решении практических задач.

Экзамен считается сданным, если итоговый результат за выполненные задания составляет от 24 до 40 баллов. По каждому из 4-х заданий выставляется от 0 до 10 баллов.

Оценка	Критерии оценки
Отлично 36-40	Студент должен: - продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала; - исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; - правильно формулировать определения; - продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; - уметь сделать выводы по излагаемому материалу.
Хорошо 30-35	Студент должен: - продемонстрировать достаточно полное знание программного материала; - продемонстрировать знание основных теоретических понятий;

	достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; - продемонстрировать умение ориентироваться в литературе; - уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.
Удовлетворительно 24-29	Студент должен: - продемонстрировать общее знание изучаемого материала; - показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; - уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - знать основную рекомендуемую программой учебную литературу.
Неудовлетворительно 23 и меньше	Студент демонстрирует: - незнание значительной части программного материала; - не владение понятийным аппаратом дисциплины; - существенные ошибки при изложении учебного материала; - неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - неумение делать выводы по излагаемому материалу.

4.2 Контрольные работы

а) примеры тестовых заданий:

Задание для контрольной работы

- Эйлеровы интегралы: бета-функция и ее свойства. Два вида записи бета-функции. Вычисление интеграла $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \cos^m x dx$
- Вычислить поток поля $\vec{a} = xu\vec{i} + y\vec{j} + xz\vec{k}$ через замкнутую поверхность S в направлении внешней нормали, $S: x^2 + y^2 + z^2 = 16, x^2 + y^2 = z^2, z \geq 0$.
- Вычислить модуль циркуляции векторного поля $\vec{a} = 4\vec{i} + 3x\vec{j} + 3xz\vec{k}$ вдоль контура $L: x^2 + y^2 = z^2, z = 3$.
- Вычислить массу неоднородной пластины D , ограниченной линиями $y = x^2, y = 4$, если плотность в каждой точке $\mu(x, y) = 2x + 5y + 10$.

б) критерии и шкала оценивания компетенций (результатов)

Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены как минимум 4 задачи, и еще хотя бы одна задача решена с негрубыми ошибками (получено 18 баллов и выше). Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 30 баллами: каждое из первых пяти заданий оценивается в 4 балла, последние две – 5 баллов.

Оценка	Критерии оценки
Отлично с 27 до 30 баллов	Сумма баллов решенных задач
Хорошо с 23 до 26 баллов	Сумма баллов решенных задач

Удовлетворительно с 18 до 22 баллов	Сумма баллов решенных задач
Неудовлетворительно с 0 до 17 баллов	Сумма баллов решенных задач

в) примеры тестовых заданий:

г) критерии и шкала оценивания компетенций (результатов)

Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены как минимум 3 задачи, и еще хотя бы одна задача решена с негрубыми ошибками (получено 18 баллов и выше). Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 30 баллами: каждое из заданий оценивается в 5 баллов.

Оценка	Критерии оценки
Отлично с 27 до 30 баллов	Сумма баллов решенных задач
Хорошо с 23 до 26 баллов	Сумма баллов решенных задач
Удовлетворительно с 18 до 22 баллов	Сумма баллов решенных задач
Неудовлетворительно с 0 до 17 баллов	Сумма баллов решенных задач

5 Итоговая аттестация по дисциплине

Итоговая аттестация по дисциплине является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков обучающихся по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы студентов.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Текущий контроль осуществляется два раза в семестр:

– контрольная точка № 1 (КТ № 1) – выставляется в электронную ведомость не позднее 6 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам / темам учебной дисциплины с 1 по 6 неделю учебного семестра;

– контрольная точка № 2 (КТ № 2) – выставляется в электронную ведомость не позднее 10 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам / темам учебной дисциплины с 7 по 10 неделю учебного семестра;

чающегося по разделам / темам учебной дисциплины с 6 по 10 неделю учебного семестра.

Результаты текущей и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Этап рейтинговой системы / Оценочное средство	Неделя	Балл	
		Минимум*	Максимум**
Текущая аттестация	1-16	36 - 60% от максимума	60
Контрольная точка № 1	8	18 (60% от 30)	30
Рейтинговая контрольная работа № 1	8	18	30
Контрольная точка № 2	15-16	18 (60% от 30)	30
Рейтинговая контрольная работа № 2	15	18	30
Промежуточная аттестация	-	24 (60% от 40)	40
Экзамен	-		
Экзамнационный билет	-	24	40
ИТОГО по дисциплине		60	100

* Минимальное количество баллов за оценочное средство – это количество баллов, набранное обучающимся, при котором оценочное средство засчитывается, в противном случае обучающийся должен ликвидировать появившуюся академическую задолженность по текущей или промежуточной аттестации. Минимальное количество баллов за текущую аттестацию, в т. ч. отдельное оценочное средство в ее составе, и промежуточную аттестацию составляет 60% от соответствующих максимальных баллов

Процедура оценивания знаний, умений, владений по дисциплине включает учет успешности по всем видам заявленных оценочных средств.

На каждом практическом занятии выполняются задания по пройденным темам согласно рабочему плану изучения дисциплины. Применяется групповое оценивание ответа или оценивание преподавателем.

По окончании освоения дисциплины проводится промежуточная аттестация в виде экзамена, что позволяет оценить совокупность приобретенных в процессе обучения компетенций. При выставлении итоговой оценки применяется балльно-рейтинговая система оценки результатов обучения.

Экзамен предназначен для оценки работы обучающегося в течение всего срока изучения дисциплины и призван выявить уровень, прочность и систематичность полученных обучающимся теоретических знаний и умений применять их в решении практических задач, приобретения навыков самостоятельной работы, развития творческого мышления.

Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет сумму баллов, заработанных обучающимся при выполнении заданий в рамках текущей и промежуточной аттестации

Сумма баллов	Оценка по 4-х балльной шкале	Оценка ECTS	Требования к уровню освоения учебной дисциплины
90-100	5- «отлично»/ «зачтено»	A	Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы
85-89	4 - «хорошо»/ «зачтено»	B	Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос
75-84		C	
70--74		D	
65-69	3 - «удовлетворительно»/ «зачтено»	D	Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала
60-64		E	
0-59	2 - «неудовлетворительно»/ «не зачтено»	F	Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине